ベクトル基本公式一覧①（演習用）

1．ベクトルの演算

$k,\ l$ は 実数とする。

① $\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$, $(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})$

② $\vec{a}+(-\vec{a})=\vec{0}$, $\vec{a}+\vec{0}=\vec{a}$, $\vec{a}-\vec{b}=\vec{a}+(-\vec{b})$

③ $(k+l)\vec{a}=k\vec{a}+l\vec{a}$, $k(\vec{a}+\vec{b})=k\vec{a}+k\vec{b}$

④ $\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{BC}}=\overrightarrow{\mathrm{AC}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OA}}-\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\overrightarrow{\mathrm{BA}}$

$\overrightarrow{\mathrm{AA}}=0$, $\overrightarrow{\mathrm{BA}}=-\overrightarrow{\mathrm{AB}}$

2．ベクトルの分解

ベクトルの分解[平面]

$\vec{a}\fallingdotseq\vec{0}$, $\vec{b}\fallingdotseq\vec{0}$ で， $\vec{a}$ と $\vec{b}$ が平行でないとき

① 平面上の任意の $\vec{p}=\boxed{}$ のただ１通りの形に表される。

② $s\vec{a}+t\vec{b}=s'\vec{a}+t'\vec{b} \iff s=s',\ t=t'$

ベクトルの分解[空間]

$\vec{a}\fallingdotseq\vec{0}$, $\vec{b}\fallingdotseq\vec{0}$ で， $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ が同じ平面上にないとき

① 空間上の任意の $\vec{p}=\boxed{}$ のただ１通りの形に表される。

② $s\vec{a}+t\vec{b}+u\vec{c}=s'\vec{a}+t'\vec{b}+u'\vec{c} \iff \boxed{}$

3．ベクトルの成分

ベクトルの成分[平面]

$\vec{a}=(a_1,\ a_2)$, $\vec{b}=(b_1,\ b_2)$ とする。

○相等： $\vec{a}=\vec{b} \iff \boxed{}$

○大きさ： $|\vec{a}|=\boxed{}$

○成分による演算

$k,\ l$ は実数とする

$k\vec{a}+l\vec{b}=k(a_1,\ a_2)+l(b_1,b_2)$

$=(ka_1+lb_1, ka_2+lb_2)$

ベクトルの成分[空間]

$\vec{a}=(a_1,\ a_2,\ a_3)$, $\vec{b}=(b_1,\ b_2,b_3)$ とする。

○相等： $\vec{a}=\vec{b} \iff \boxed{}$

○大きさ： $|\vec{a}|=\boxed{}$

○成分による演算

$k,\ l$ は実数とする

$k\vec{a}+l\vec{b}=k(a_1,\ a_2,\ a_3)+l(b_1,b_2,b_3)$

$=(ka_1+lb_1, ka_2+lb_2,\ ka_3+lb_3)$

4．$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ の成分と大きさ

$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ の成分と大きさ[平面]

$\mathrm{A}(a_1, a_2)$, $\mathrm{B}(b_1, b_2)$ とすると

$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\boxed{}$

$|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|=\boxed{}$

$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ の成分と大きさ[空間]

$\mathrm{A}(a_1, a_2, a_3)$, $\mathrm{B}(b_1, b_2, b_3)$ とすると

$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\boxed{}$

$|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|=\boxed{}$

5．ベクトルの内積

$\vec{a}$と$\vec{b}$ の内積

$\vec{a}\cdot\vec{b}=\boxed{}$

$(0^\circ\leqq\theta\leqq180^\circ)$

$\cos\theta=\boxed{}$

内積の性質

① $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a}$

② $\begin{cases}(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{c}=\vec{a}\cdot\vec{c}+\vec{b}\cdot\vec{c}\\ \vec{a}\cdot(\vec{b}+\vec{c})=\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{a}\cdot\vec{c}\end{cases}$

③ $(k\vec{a})\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot(k\vec{b})=k(\vec{a}\cdot\vec{b})$ （k は実数）

④ $\vec{a}\cdot\vec{a}=\boxed{}$ ⑤ $|\vec{a}|=\sqrt{\vec{a}\cdot\vec{a}}$

6．ベクトルの平行･垂直

$\vec{a}\fallingdotseq\vec{0}$, $\vec{b}\fallingdotseq\vec{0}$ とする

平行条件

$\vec{a}/\!/\vec{b} \iff \boxed{}$

垂直条件

$\vec{a}\perp\vec{b} \iff \boxed{}$

ベクトル基本公式一覧②（演習用）

７．ベクトルの内積と成分

$\vec{a} \fallingdotseq \vec{0}$, $\vec{b} \fallingdotseq \vec{0}$, $\vec{a}, \vec{b}$ のなす角 $\theta\,(0° \leqq \theta \leqq 180°)$ とする。

ベクトルの内積と成分[平面]

$\vec{a}=(a_1, a_2)$, $\vec{b}=(b_1, b_2)$ とする

$\vec{a}\cdot\vec{b}=\boxed{\quad}$

ベクトルの内積と成分[空間]

$\vec{a}=(a_1, a_2, a_3)$, $\vec{b}=(b_1, b_2, b_3)$ とする

$\vec{a}\cdot\vec{b}=\boxed{\quad}$

８．三角形の面積

△OAB において

$\overrightarrow{OA}=\vec{a}=(a_1, a_2)$, $\overrightarrow{OB}=\vec{b}=(b_1, b_2)$ とすると、

面積 $S=\dfrac{1}{2}\sqrt{|\vec{a}|^2|\vec{b}|^2-(\vec{a}\cdot\vec{b})^2}=\boxed{\quad}$

９．位置ベクトル

$A(\vec{a})$, $B(\vec{b})$, $C(\vec{c})$ とする。

○$\overrightarrow{AB}=\boxed{\quad}$

○線分AB を $m：n$ に内分する点は $\boxed{\quad}$

○線分AB を $m：n$ に外分する点は $\boxed{\quad}$

○線分 AB の中点は $\boxed{\quad}$

○線分 AB の重心は $\boxed{\quad}$

１０．ベクトル方程式

s, t は実数とする

○点 $A(\vec{a})$ を通り，$\vec{d}\,(\vec{d} \fallingdotseq \vec{0})$ に平行な直線 $\vec{p}=\boxed{\quad}$

○点 $P(\vec{p})$ が 2 点 $A(\vec{a})$, $B(\vec{b})$ を通る直線上にあるとき

① $\vec{p}=\boxed{\quad}$

② $\vec{p}=\boxed{\quad}$

○平面上の点の存在範囲

$\overrightarrow{OP}=s\overrightarrow{OA}+t\overrightarrow{OB}$ のとき，

① $s+t=1,\ s\geqq 0,\ t\geqq 0$ ⇔ 点Pの存在範囲は $\boxed{\quad}$

② $0\leqq s+t\leqq 1,\ s\geqq 0,\ t\geqq 0$ ⇔ 点Pの存在範囲は $\boxed{\quad}$

１１．ベクトルの表し方（まとめ）

k, s, t, u は実数とする

○点P は直線OA 上にある ⇔ $\overrightarrow{OP}=\boxed{\quad}$

○点P は直線 AB 上にある ⇔ $\overrightarrow{OP}=\boxed{\quad}$

$=\boxed{\quad}$

○点P は平面ABC上ある ⇔ $\overrightarrow{OP}=\boxed{\quad}$

$=\boxed{\quad}$

$\overrightarrow{CP}=\boxed{\quad}$